



V.V. Buldygin and A.B. Kharazishvili
**Geometric aspects of probability
 theory and mathematical statistics**

(*Mathematics and its applications*; 514)

Dordrecht: Kluwer, 2000

303 p., prijs NLG 235,-

ISBN 0-7923-6413-9

In de inleiding van dit boek spreken de auteurs de wens uit dat hun werk "vividly demonstrates [...] interactions between the following three fundamental concepts: quasicompactness, convexity and measurability".

Hiertoe worden in het eerste hoofdstuk bekende begrippen en resultaten uit de theorie van convexe verzamelingen in vectorruimten over \mathbf{R} besproken, waaronder de stelling van Hahn-Banach, convexe lichamen, polyhedra, de Minkowski support-functie, en de stellingen van Krein-Milman en Carathéodory. Eindig-dimensionale topologische vectorruimten, isomorf met \mathbf{R}^n zijn het onderwerp van hoofdstuk 2. De Hausdorffmetriek, de selectiestelling van Blaschke en de Brunn-Minkowskstelling passeren de revue. Voor de toepassingen in de waarschijnlijkheidsrekening die later in het boek aan bod komen, is vooral de integraalongelijkheid van Anderson van belang. Na een kort intermezzo (klassieke convexe meetkunde) is hoofdstuk 5 gewijd aan oneindig-dimensionale topologische vectorruimten, met name aan de ruimte \mathbf{R}^N en haar deelruimte l_∞ der begrensde rijen.

In de tweede helft van het boek verschuift het zwaartepunt naar de kansrekening. Na twee overzichtshoofdstukken over moderne waarschijnlijkheidsrekening op topologische vectorruimten uit maattheoretisch oogpunt — waaronder de uitbreidingsstelling van Carathéodory, het begrip Radonmaat en de stelling van Ulam, alsmede convergentiebegrippen voor stochastische 'variabelen' — wordt in hoofdstuk 8 de topologische structuur bestudeerd van de drager van Borelmaten op metrische ruimten.

Vervolgens besteden de auteurs aandacht aan Borelmaten op topologische vectorruimten die quasi-invariant zijn onder translaties, de theorie van Haar maten, en aan operaties om nieuwe ruimten met quasi-invariante maten te construeren uit bekende ruimten. In hoofdstuk 10 wordt unimodaliteit in de zin van Anderson gedefinieerd voor kansmaten op een topologische vectorruimte, en vergeleken met de bekendere definitie van Khinchin voor symmetrische kansmaten op \mathbf{R} . Speciale aandacht gaat uit naar Gaussische kansmaten op \mathbf{R}^N . In het volgende hoofdstuk wordt de link gelegd naar de uitbreiding van kansmaten op l_∞ en de oscillatie van (Gaussische) stochastische processen. Ook voor het ordenen van Gaussische processen op basis van hun covariantiefunctie blijkt de ongelijkheid van Anderson een belangrijk technisch hulpmiddel.

Het laatste hoofdstuk behandelt het probleem uit de mathematische statistiek om een stochastisch proces op een Poolse vectorruimte te schatten op basis van het waarnemen van een ander proces. Onder normaliteitsaannamen wordt bewezen dat voor een convexe verliesfunctie de voorwaardelijke verwachting van het te schatten proces de optimale schatter is, een bewering die ook geldt voor niet-Gaussische processen als men het criterium van de verwachte kwadratische fout hanteert.

Het boek lijkt vooral geschreven voor stochastici met belang-

stelling voor convexe meetkunde. De benodigde concepten uit de theorie van convexe verzamelingen worden in de eerste helft van het boek op heldere wijze uiteengezet. Ook hebben de auteurs veel aandacht besteed aan een zorgvuldige bewijsvoering en de interactie tussen meetbaarheid en topologische structuur. Al met al van harte aanbevolen voor de doelgroep. *M.N.M. van Lieshout*

H. Schlichting and K. Gersten

Boundary layer theory (8th revised and enlarged edition)

Berlin: Springer-Verlag, 2000

799 p., prijs €91,52

ISBN 3-540-66270-7

Tot aan het begin van de 20e eeuw begreep men niet waarom je door een harde windvlaag zomaar omver geblazen kon worden. Er werd namelijk gedacht dat een beschrijving van een luchtstroming op basis van potentiaaltheorie redelijk nauwkeurig zou moeten zijn, en reeds halverwege de 18e eeuw had d'Alembert aangetoond dat een voorwerp geplaatst in een potentiaalstroming geen kracht ondervindt. Een kennelijke tegenspraak met de ervaring van alledag! In 1904 gaf Ludwig Prandtl de verklaring: viscositeit veroorzaakt vlak langs het oppervlak van een omstroomd voorwerp een (uiterst) dunne grenslaag, waar de stroming door de wrijving met het oppervlak wordt afgeremd. Deze ontdekking heeft een revolutie in de stromingleer teweeg gebracht. Reeds enige jaren later werd aangetoond hoe de nauwelijks zichtbare grenslaag de potentiaalstroming fors beïnvloedt, waarmee uiteindelijk d'Alembert's paradox kon opgelost.

Het voor ons liggende boek beschrijft deze grenslagen. De eerste editie is geschreven in 1950 door Hermann Schlichting, een leerling van Prandtl. Gersten (op zijn beurt een leerling van Schlichting) heeft in 1996 het boek helemaal bijgewerkt. Ik schets de belangrijkste veranderingen.

In de eerste hoofdstukken is hier en daar wat bijgevoegd of weggelaten; zo heb ik met enige weemoed moeten constateren dat Pohlhausen's methode (uit 1921) om met een vierde-orde polynoom een grenslaagprofiel te benaderen niet meer is opgenomen in het boek. De hoofdstukken over thermische grenslagen zijn al meer herzien, en het hoofdstuk over stroming bij hoge viscositeit is volledig weggelaten (maar dat is dan ook geen grenslaagstroming). De hoofdstukken over turbulente grenslagen zijn volledig opnieuw samengesteld. Het zal geen verbazing wekken dat in de nieuwe editie veel aandacht wordt besteed aan het modelleren van turbulentie, terwijl in de vorige edities voornamelijk uitgebreid over specifieke experimenten gesproken kon worden. Twee nieuwe hoofdstukken gaan over de ontwikkelingen die de laatste dertig jaar hebben plaatsgevonden bij de asymptotische beschrijving van grenslagen (triple-deck theorie, enz.), en bij het numeriek oplossen van de grenslaagvergelijkingen.

Met enige nationale trots kan gemeld worden dat in deze herziene editie verwezen wordt naar 19 Nederlandse publicaties; beduidend meer dan in de vorige edities, en aangevend dat in Nederland de afgelopen decennia belangwekkend onderzoek is verricht aan stromingen bij lage viscositeit.

Al met al geeft de nieuwe editie een groots overzicht van een eeuw grenslaagonderzoek. 'Schlichting' was en is HET boek over grenslagen: generaties ingenieurs zijn ermee opgegroeid, en na deze upgrade kan het weer generaties mee. *A.E.P. Veldman*